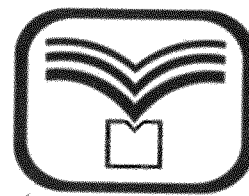




آزمون ۱۴ از ۱۴

دفترچه شماره ۱ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان بنش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۳/۰۴/۰۱

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت چهارم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

۱- اگر $a_1 = \cos \frac{\pi}{16}$ و $a_{n+1} = 2a_n^2 - 1$ باشد، جمله هشتاد و هشتم دنباله a_n کدام است؟

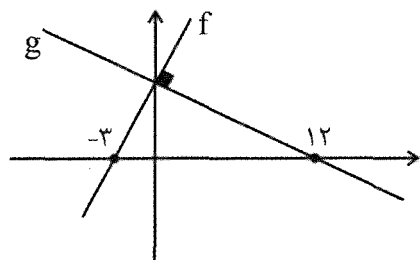
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) -۱

۲- در معادله $x + \frac{k}{x} = 3$ رابطه $\frac{-3}{4} = k$ بین ریشه‌های α, β برقرار است. قدرمطلق اختلاف ریشه‌های این معادله برابر با کدام است؟ ($k \neq 0$)

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) صفر

۳- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. اگر دامنه تابع $y = \sqrt{(f+g)(x)}$ به صورت $[a, +\infty)$ باشد، مقدار

$$\left\lceil \frac{2a}{3} \right\rceil \text{ کدام است؟}$$



- (۱) -۷
(۲) -۶
(۳) -۵
(۴) -۴

۴- ضابطه وارون تابع $f(x) = \log_x 10 \circ x$ به فرم $f^{-1}(x) = a^{\frac{2}{x+b}}$ است. ضابطه وارون تابع $g(x) = a^{x+b}$ کدام است؟

- (۱) $(\log x) + 1$ (۲) $(\log x) - 1$ (۳) $(\log_x 10) - 1$ (۴) $(\log_x 10) + 1$

۵- تابع $f(x) = 2 + \sqrt{6-x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $y = a + b f(x-a)$ هیچکدام از محورهای مختصات را قطع نکند، زوج مرتب (a, b) کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(-8, 2)$ (۲) $(4, -8)$ (۳) $(-8, 6)$ (۴) $(8, -4)$

۶- اگر $f = \left\{ (1, 5), \left(\frac{1}{2}, 1\right), (3, 2), (4, 3) \right\}$ و تابع g به صورت $g(x) = \frac{x+1}{f^{-1}(x)}$ باشد، آنگاه حاصلضرب اعضای برد

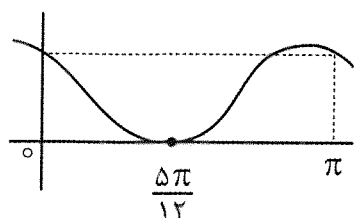
تابع g کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۷- اگر $A = \frac{3 + \sin^2 x}{2 + \cos x}$ و $B = \frac{3 + \cos^2 x}{2 - \sin x}$ ، حاصل عبارت $(A - B)^2$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sin^2 x$ (۲) $2 - \sin^2 x$ (۳) $1 - \cos^2 x$ (۴) $2 + \cos^2 x$

۸- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = (1 + 2a)\cos(bx + c) - a$ است. با فرض $b > 0$ و $0 < c < \frac{\pi}{2}$ ، حاصل $\frac{cb}{a}$ کدام است؟

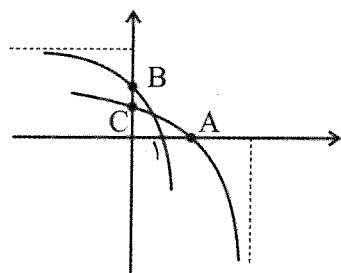


- (۱) π (۲) $-\pi$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $-\frac{2\pi}{3}$

۹- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{2} \sin x \cos x$ در بازهٔ $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ کدام است؟

- (۱) π (۲) 2π (۳) 3π (۴) 4π

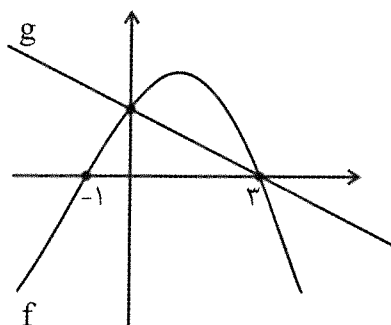
۱۰- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = a + b \log_2(4 - x)$ و وارون آن، رسم شده است. اگر فاصلهٔ نقاط B و C از هم



برابر با یک باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۱- نمودار تابع درجه دوم f و خط به صورت زیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(f \circ g)(x)}{x + g(x^2)} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟



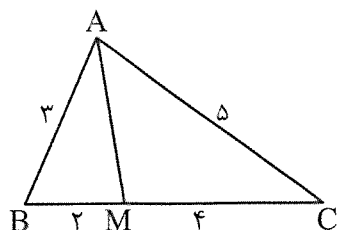
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۴- از تساوی $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} A + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = 3A - 2I$ مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۴ (۴) -۳

۲۵- در شکل روبه‌رو حاصل $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۳



۲۶- بازتاب متوازی‌الاضلاع با اضلاع ۵ و ۸ را نسبت به قطر بزرگ‌تر به‌دست می‌آوریم. اگر ناحیه مشترک بین متوازی‌الاضلاع و تصویرش شکلی با محیط ۲۴ باشد، آنگاه طول قطر بزرگ متوازی‌الاضلاع چقدر است؟

- (۱) ۱۱ (۲) $3\sqrt{13}$ (۳) $4\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{114}$

۲۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC با اضلاع قائم $AB = 3$ و $AC = 4$ نقطه H ارتفاع وارد بر وتر است. اگر I_b و I_c مرکزهای دایره‌های محاطی داخلی دو مثلث ABH و ACH باشند، از مرکز دایره کوچک‌تر به موازات BC رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در C' قطع کند. سینوس زاویه بین امتداد $I_b I_c$ و $I_b C'$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۲۸- پاره‌خط BC از کانون سهمی می‌گذرد و دو سر پاره‌خط BC روی سهمی قرار دارد. اگر $\frac{BF}{CF} = \frac{2}{3}$ و معادله سهمی $y^2 = 4(x-y)$ باشد، طول پاره‌خط BC کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{25}{6}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۲۹- نقیض گزاره $p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز با کدام گزاره زیر است؟

- (۱) $\sim(p \vee q) \wedge (p \wedge q)$ (۲) $\sim(p \wedge q) \vee (p \vee q)$
(۳) $\sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)$ (۴) $\sim(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$

۳۰- اگر A ، B و C به‌ترتیب مجموعه اعداد طبیعی مضارب ۲، ۳ و ۵ نابیشتر از ۱۵۰ باشند، آنگاه مجموعه

$(A \cap B) - C$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰

۳۱- A ، B و C سه پیشامد دویبه‌دو مستقل از فضای نمونه S هستند. اگر $P(A) = 0/4$ ، $P(B) = 0/5$ و احتمال

آنکه حداقل یکی از این سه پیشامد رخ دهد برابر $0/76$ باشد، آنگاه احتمال رخ دادن پیشامد C کدام است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/24$ (۳) $0/15$ (۴) $0/3$

۳۲- دسته‌ای کارت شامل ۳ کارت دو رو قرمز و ۷ کارت یک رو سبز و یک رو قرمز است. کارتی را به تصادف از این

دسته انتخاب می‌کنیم و فقط یک روی آن را مشاهده می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. احتمال آنکه روی دیگر

این کارت نیز قرمز باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{12}{19}$ (۲) $\frac{7}{13}$ (۳) $\frac{6}{13}$ (۴) $\frac{7}{19}$

۳۳- در یک فروشگاه لوازم خانگی، تعداد یخچال‌های فروخته‌شده در طول یک هفته مطابق جدول زیر است. احتمال

آنکه یک نمونه ۳ تایی، میانگین تعداد یخچال‌های فروخته‌شده در هر روز را ۴ برآورد کند، چقدر است؟

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه
تعداد یخچال‌ها	۱	۳	۴	۳	۵	۶

- (۱) $0/20$ (۲) $0/24$ (۳) $0/25$ (۴) $0/30$

۳۴- m بزرگ‌ترین عدد طبیعی است که به‌ازای مقادیر صحیح n ، اعداد $n^2 + 3$ و $2n - 1$ بر m بخش‌پذیرند.

باقی‌مانده تقسیم عدد $67^{5m} + 5m$ بر m کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۵- اگر x و y اعدادی طبیعی باشند، به‌طوری که $x \equiv 2^7$ و $y \equiv 3^{11}$ آنگاه میانگین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد سه

رقمی x که در رابطه $x + y = 579$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۳۵۹ (۲) ۳۴۵ (۳) ۳۶۶ (۴) ۳۵۴

۳۶- گرافی ساده با ۷ رأس ناهمبند است و با رسم یک یال می‌توان آن را همبند کرد. اگر حاصلضرب درجات رأس‌های

این گراف برابر ۶۴۸ باشد، آنگاه این گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

۳۷- در یک گراف ساده با ۷ رأس، $\deg a = \deg b = 5$ و مجموعه همسایگی بسته رأس‌ها هر کدام ۳ عضو دارد.

اگر مجموعه یال‌های این گراف شامل یال ab باشد، آنگاه این گراف چند 7 -مجموعه متمایز دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۴

۳۸- با ارقام ۲، ۴، ۶ و هفت حرف a چند کُد با ۱۰ کاراکتر می‌توان نوشت که بین هر دو رقم، حداقل ۲ حرف a باشد؟

۳۵ (۴)

۲۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۳۹- مربع لاتین روبه‌رو با کدام مربع زیر متعامد است؟

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \\ \hline ۴ & ۳ & ۲ & ۱ \\ \hline \end{array}$$

$$B_۲ = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۴ & ۳ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۱ & ۳ & ۴ \\ \hline ۱ & ۲ & ۴ & ۳ \\ \hline ۳ & ۴ & ۲ & ۱ \\ \hline \end{array} \quad (۲)$$

$$B_۴ = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۴ & ۳ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline \end{array} \quad (۴)$$

$$B_۱ = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۱ & ۳ & ۴ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۱ & ۲ & ۴ & ۳ \\ \hline ۴ & ۳ & ۲ & ۱ \\ \hline \end{array} \quad (۱)$$

$$B_۳ = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۱ & ۳ & ۲ & ۴ \\ \hline ۴ & ۲ & ۳ & ۱ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \\ \hline \end{array} \quad (۳)$$

۴۰- هر کُد حاصل از جایگشت‌های همه حروف ABCddde را روی یک کارت می‌نویسیم و در یک جعبه قرار می‌دهیم. اگر

از این جعبه k کارت با هم برداریم، آنگاه حداقل مقدار k چقدر باشد تا یقین داشته باشیم در میان کارت‌های انتخاب

شده دست‌کم یک کارت است که در کُد نوشته شده روی آن، هیچ ۲ حرف بزرگ انگلیسی کنار هم نیستند؟

۴۸۱ (۴)

۳۰۱ (۳)

۲۴۱ (۲)

۶۰۱ (۱)